Algoritmusok és adatszerkezetek 2.

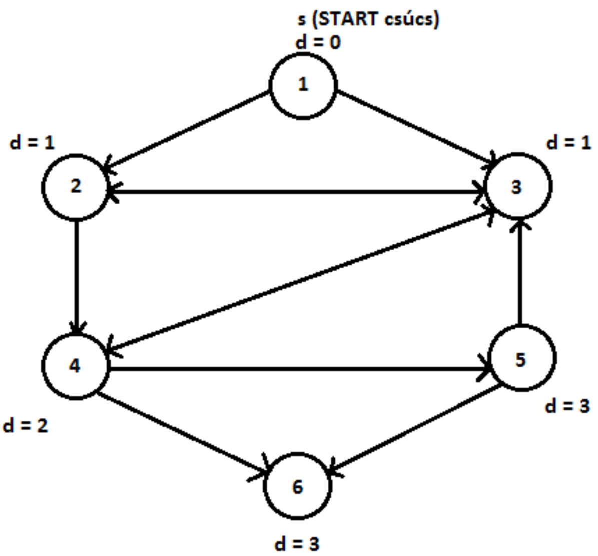
Fekete István előadása alapján
Készítette: Nagy Krisztián

4. előadás

22. Szélességi bejárás

Intuitív bevezetés: Rónyai, lámpagyújtás

Például: G gráf:



G lehet irányított és irányítatlan. Az irányított gráf szemléletesebb.
A csúcsokhoz több út is vezethet.
Minimális hosszú utak határozzák meg a csúcs távolságát s-től. (Távolság: d)

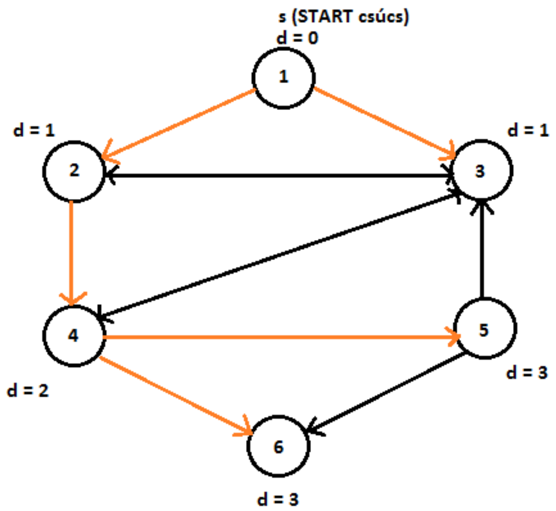
<u>Alapfeladat:</u>

Csúcsok kiírása az s-től való távolságok sorrendjében.
Az azonos távolságra levő csúcsok egymás közötti sorrendje nincs definiálva (nem meghatározott)
Megoldás: $1, \{2,3\}, 4, \{5,6\}$

A halmazon belül valamilyen sorrendben

Feladat:

- Minden csúcsra, az adott csúcs távolsága s-től $d[1..n]$-ben megadható
- Minden csúcsra egy legrövidebb út ⇒ Szélességi-feszítőfa $\pi[1..n]$-ben megadható

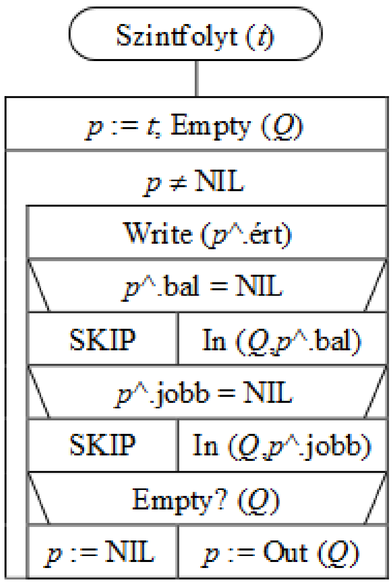


Például: 2 darab feszítőfa lehetséges, az egyik a fentebbi ábrán látható.
Ebben az esetben:

	1	2	3	4	5	6
d:	0	1	1	2	3	3
π:		1	1	2	4	4

Algoritmus

- analógia lehetősége: Algoritmusok és adatszerkezetek 1.-ből tanult Bináris-fa szintfolytonos bejárása **sor** adatszerkezettel. Emlékeztető:



Vissza a gráfokhoz:

A szomszéd/ rákövetkező csúcsra új jelölést vezetünk be: $Szomszéd(u)$
Például a fentebbi gráfunkban:
$Szomszéd(4) = 3,5,6$
$Szomszéd(6) = \emptyset$

Vissza a fákhoz:

Absztrakt változat a fenti algoritmushoz:

$Üres(Q); Sorba(Q, s)$
$\neg Üres e(Q)$
$u \coloneqq Sorból(Q); Write(u)$
$for\ all\ v \in Gyerekek(u)$
$Sorba(Q, v)$

$for\ all\ v \in Gyerekek(u)$ ⇒ Minden létező gyerek tetszőleges sorrendben (bekerül a sorba)

Ezt az algoritmust próbáljuk gráfokra alkalmazni:

Q: 1
Q: 2,3
Q 3, 3, 4 → HIBA: A 3-as már bejárt cúcs, nem kell mégegyszer felfedezni.
Státuszokat kell alkalmazni.

Státuszok:

Az irodalomban 2 féle terminológiát találunk:

- színezés → fehér,fekete; → fehér,szürke, fekete
- nyílt / zárt csúcs terminológiája (Megfelel a fehér-fekete színezéssel)

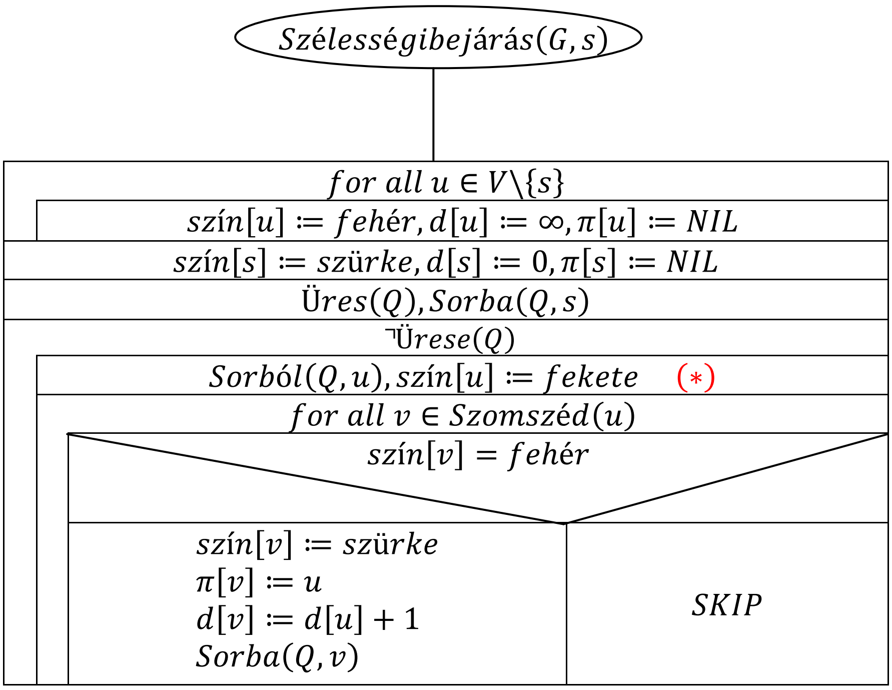
Elég lenne a 2 szín, de most a fehér,szürke,fekete színezést alkalmazzuk.

fehér: nem jártam még a csúcsnál, nem ért el a bejárás
szürke: a csúcshoz már elért a szélességi bejárás
fekete: a szürkéből válik akkor, amikor a szomszédaihoz is elért a szélességi bejárás

$$\Updownarrow$$

$$Q$$

<u>Redundancia:</u>
- Elég két szín
- Szürke $\sim Q$ sor használatával



$(*)$: $u = Sorból(Q)\ most\ Sorból(Q,u)$-ként lett jelölve.
Amennyiben kiírást is szeretnénk írni, azt is ide kell írni.($Write(u)$)

Megjegyzés: A fenti algoritmus egy mohó algoritmus.

Hatékonyság: Műveletigény:
- Éllistás ábrázolás esetén: $T(n) = \theta(n) + \theta(e) = \theta(n+e)$
 Megjegyzés: Magyarázat: belső ciklus minden élet megvizsgál

-Csúcsmátrixos ábrázolá esetén: $T(n) = \theta(n) + \theta(n^2) = \theta(n^2)$
O O- is igaz