

Algoritmusok és adatszerkezetek 2.

Varga Balázs gyakorlata alapján

Készítette: Nagy Krisztián

2. gyakorlat

A második gyakorlaton a Diszkrét matematika 2.-es Gráfelmélettel kapcsolatos feladatokról volt szó.

Fogalmakat lásd: Diszkrét matematika 2. 1. előadás és 2. előadás eleje. jegyzetemben.

Óra tartalma összefoglalva:

- 1) $\sum_{u \in V} \deg(u) = 2e$, ahol u csúcs, V csúcsok halmaza, $\deg(u)$ az adott csúcs foka, e élek száma
- 2) Lássuk be, hogy a páratlan fokszámú csúcsok száma páros:
 $\sum_{u \in V} \deg(u) + \sum_{v \in V} \deg(v) = 2e$, amennyiben $\deg(u)$ páros, úgy az a rész páros lesz, a $2e$ -ről láthatjuk, hogy páros, így a páratlan fokú csúcsok összegét ($\deg(v)$)-t tekintve az egyenlőség miatt szintén páros összeget kapunk, amiből adódik, hogy páratlanfokú csúcsok száma páros lesz.
- 3) $|V| = n$, egyszerű gráf
 - a) Hány gráf alkotható?
 $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ db csúcsot választhatunk ki $\rightarrow 2^{\binom{n}{2}}$
 - b) Hány olyat tudok rajzolni, amiben pontosan n darab él van?
 $\binom{n}{n}$ darab n élű van
- 4) Van egy 6 tagú társaság biztosan ki tudok választani 3 embert, akik kölcsönösen ismerik egymást.
- 5) Adott egy n pontú egyszerű gráf. Lássuk be, hogy van 2 olyan csúcs, aminek megegyezik a fokszáma.
Belátás. Lehetséges fokok: $0, 1, \dots, n-1$. Ha van olyan, hogy $n-1$ a fokszáma, akkor tudjuk, hogy nem lehet 0 fokszámú a gráfban. n helyre kell betennünk $n-1$ elemet, így biztosan kell legalább 1-et ismételnünk.
- 6) Van egy 9 tagú társaság. Mindenki 5 különböző embernek pontosan 100 forintot adott. Lássuk be, hogy az ajándékosztás végén biztosan volt két olyan ember, aki ugyan annyi pénzt adott ki. (vagy 5 olyan ember, aki ugyan annyit kapott)
Belátás: Irányított gráfok. 1 csúcs kifoka 5 lesz. A kifokok összege 45. A befokok összegének is 45-nek kell lennie.
0-tól 8-ig számozhatjuk a befokokat. Ezen befokok összege 36. A 36 nem egyenlő 45-el, így biztosan volt két olyan ember.
- 7) Zárásul pedig egy csapatokra osztott bizonyítás volt + pontért.