Formális nyelvek és automaták

Nagy Sára gyakorlatai alapján
Készítette: Nagy Krisztián

Utolsó óra

MINTA ZH

Eötvös Loránd Tudományegyetem – Informatikai Kar

2012.05.18

Formális nyelvek és automaták
Próba évfolyam zárthelyi dolgozat
2012. május

1. feladat: Építsen KMP automatát az m=**babba** mintához, majd elemezze a következő szöveget u=**ababaabbababbab!**

	a	b	a	b	a	a	b	b	a	b	a	b	b	a	b
0															

2. feladat: $G = (\{a, b\}, \{S,A,B\}, \{S \to B \mid bb \mid bA,\ A \to \varepsilon \mid aB,\ B \to abB \mid aA\}, S)$
Hozza 3-as normálformára a fenti G nyelvtant! Majd a tanult algoritmust szemléltetve adja meg a *G*-vel ekvivalens nemdeterminisztikus (*NDA*), majd determinisztikus (*DA)* automatát, mindkettőt táblázatos formában!

3. feladat: A tanult algoritmussal adjon az alábbi VDA-val ekvivalens minimális állapotszámú automatát!

$\mathcal{A} = <\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}, \{a,b\}, \delta, 1, \{2,3,9\}>$

δ	a	b
$\to 1$	4	6
$\leftarrow 2$	3	5
$\leftarrow 3$	2	5
4	9	2
5	2	3
6	8	7
7	8	1
8	9	3
$\leftarrow 9$	9	9

4. feladat: Tekintsük a következő grammatikát:

$G = <\{a,b\}, \{S,A,B,U,V,W,X\}, P, S>$

P:
$S \to AU \mid BV$
$U \to AX \mid BS \mid b$
$V \to AS \mid BW \mid a$
$W \to VV \mid BU$
$X \to UU \mid AV$
$A \to a$
$B \to b$

A *CYK algoritmus* segítségével döntse el, hogy a nyelv tartalmazza-e a ***„abbaab"*** szót!

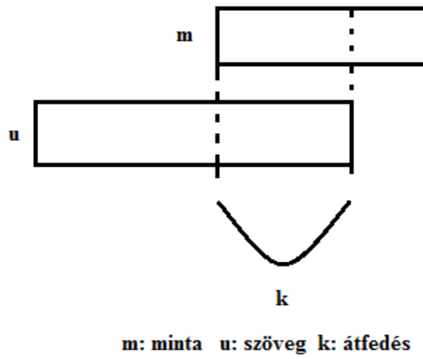
5. feladat: Bizonyítsa be, hogy $L \in \mathcal{L}_2 \setminus \mathcal{L}_3$!
$L = \{ u \in \{x,y,z\}^* \mid$ az u szóban nincsen „xy" részszó és $\ell_x(u) > \ell_y(u) \}$

Jó munkát kívánunk!
Nagy Sára

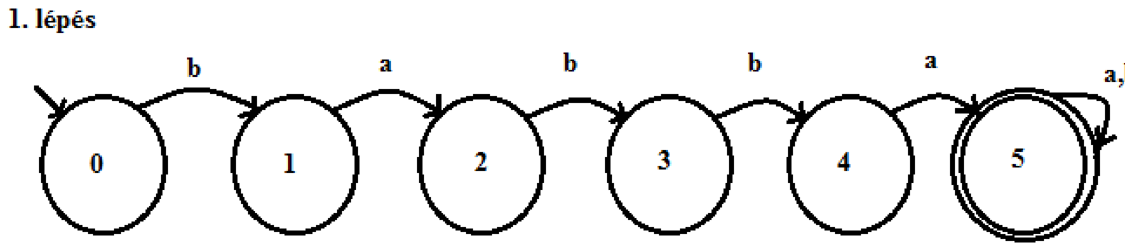
1. feladat:

KMP (Knuth-Morris-Prett) autómatás feladatok:

- ajánlatos ábrát készíteni a táblázathoz.
- az ábrán csak az igazi visszakötéseket kell ábrázolni (azokat, ami 0-ba kötnek nem)
- amilyen hosszú a minta, annyi állapot van
- Képlet amit a számításokhoz használunk: $\delta(i,t) = f(m_1 \dots m_i, t) = k$
  (A mintát megtoldjuk egy betűvel. Mennyire fed át?)



A feladatunk esetén: $\boldsymbol{m = babba}$ a mintánk, tehát tudjuk, hogy 5 állapota lesz.
Az 5. állapot egyben végállapot is lesz, mert nekünk most elég egyszer megtalálnunk a teljes átfedést a szöveggel.



(A kettős kör a végállapotot jelzi. Onnantól az autómata mindent elfogad)

A kritikus eseteket a képlet alapján számoljuk ki. A mi esetünkben csak a és b betűink vannak, így ha mindent képlet alapján szeretnénk számolni, akkor minden állapot 2 esetet kell vizsgálni. Az első eset ha az adott állapotban lévő mintát egy $\boldsymbol{a}$ betűvel toldjuk meg, míg a második eset, amikor $\boldsymbol{b}$ -betűvel

1. Mi történik akkor, ha a minta 0. állapotához hozzáveszünk egy a betűt

   $\delta(0,a) = f(a) = 0$ - Ha a mintát balról rátoljuk az a-ra akkor nem lesz átfedés

2. Mi történik akkor, ha a minta 1. állapotához hozzá veszünk egy $\boldsymbol{b}$-t

   $\delta(1,b) = f(b\bar{b}) = 1$

3. Mi történik akkor, ha a minta 2. állapotához hozzá veszünk egy $\boldsymbol{a}$-t

$$\delta(2, a) = f(baa) = 0$$

4. Mi történik akkor, ha a minta 3. állapotához hozzá veszünk egy $\boldsymbol{a}$-t

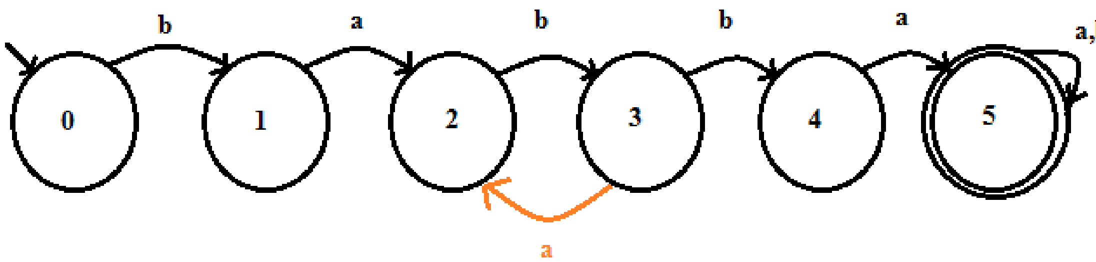
$$\delta(3, a) = f\left(ba\overline{ba}\right) = 2$$

5. Mi történik akkor, ha a minta 4. állapotához hozzá veszünk egy $\boldsymbol{b}$-t

$$\delta(4, b) = f\left(babb\overline{b}\right) = 1$$

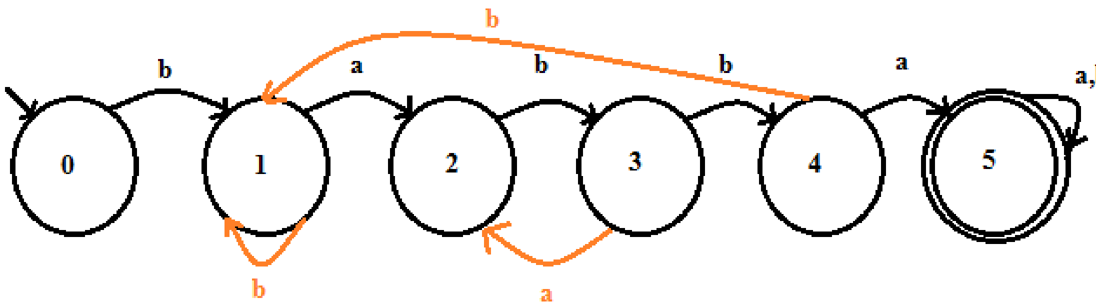
Az első lépésként ábrázolt mintában a többi esetet már ábrázoltuk, amiket alap eseteknek is mondhatunk. Mivel 5 hosszúságú a mintánk, ezért $\delta(4, t)$-nél nem kell tovább vizsgálódnunk ($\delta(5, t)$-t), mivel ekkor már a teljes minta szerepelne a képletünkben, így az átfedés maximális lenne. (Pl.: $\delta(5, a) = f\left(\overline{babba}a\right) = 5$)

Visszacsatolások elkészítése az ábrához:
Például: $\delta(3, a) = f\left(ba\overline{ba}\right) = 2$ - ha a 3. állapotban levő mintát megtoldjuk az a-val, akkor 2 lesz az átfedés. -> a 3-os állapotból egy a betűvel (terminálissal) ellátott nyilat húzunk, ami a 2-es állapotra mutat.



Ne felejtsük el, hogy a 0-ba csatolásokat nem ábrázoljuk!

Az összes igazi visszacsatolást ábrázolva az alábbit kapjuk:



Írjuk fel ezek után táblázat formájában is

	a	b
0	0	1
1	2	1
2	0	3
3	2	4
4	5	1
5	5	5

Ezek után a gráfunk vagy a táblázatunk segítségével elemezzük a szöveget!

	a	**b**	**a**	**b**	**a**	**a**	**b**	**b**	**a**	**b**	**a**	**b**	**b**	**a**	**b**
0	0	1	2	3	2	0	1	1	2	3	2	3	4	5	5

Mivel megtaláltuk a szövegben a mintát, így egy jó szót kaptunk

	a	**b**	**a**	**b**	**a**	**a**	**b**	**b**	**a**	**b**	**a**	**b**	**b**	**a**	**b**
0	0	1	2	3	2	0	1	1	2	3	2	3	4	5	5

Ezzel megoldottuk ezt a feladatot.

2. feladat:

3-as forma → 3-as normálforma → NDA → DA típusú feladat

3-as normálformára hozás:

Adott egy 3-as típusú grammatika (emékeztető):

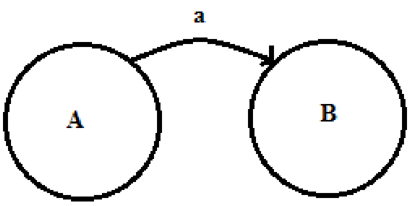
$$A \to uB \quad u \in T^*;\ A, B \in N$$
$$A \to u \quad u \in T^*, A \in N$$

Hogy néz ki egy 3-as normálformára alakított grammatika:

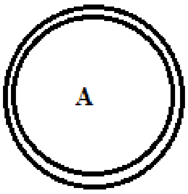
$$A \to aB \quad a \in \boldsymbol{T}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B} \in \boldsymbol{N}$$
$$A \to \varepsilon$$

Ez lényegében egy autómata.

$$A \to aB \quad a \in \boldsymbol{T}; \boldsymbol{A}, \boldsymbol{B} \in \boldsymbol{N}$$



$A \to \varepsilon \ , A \in N$ (végállapot)



3-as formáról 3-as normálformára hozás:

Típikus hiba: ε-mentesítés. NEM SZABAD! Mivel szükségünk van $A \to \varepsilon \ , A \in N$ szabályra, hiszen ez a végállapot!

1. lépés: Lánctalanítás:

Pl.: $A \to B|\alpha_1| \dots |\alpha_k$

$B \to \beta_1| \dots |\beta_r$

$A \to B \ lánc \ szabály$

Lánctalanítás:

$$A \to \beta_1| \dots |\beta_r|\alpha_1| \dots |\alpha_k$$
$$B \to \beta_1| \dots |\beta_r$$

2. lépés: Fiktív végződés bevezetése, ha szükséges

$$A \to u \quad u \in T^+, A \in N \quad (u \neq \varepsilon)$$

típusú szabályok helyett:

$$A \to uV \text{ és } V \to \varepsilon \quad u \in T^+;\ A, V \in N$$

típusú szabályokat kell használni

3. lépés: Hosszredukció

$A \to u_1 u_2 \dots u_k B \quad k \geq 2$ típusú szabályok átalakítása:

- Mindig a végét nevezzük el és ledaraboljuk!

$$A \to u_1 X_1$$
$$X_1 \to u_2 X_2$$
$$.$$
$$.$$
$$.$$
$$X_{k-1} \to u_k B$$

Feladatunkban alkalmazzuk a fentebb említett szabályokat:

1. Lánctalanítás:

$$S \to B|bb|bA$$
$$A \to \varepsilon|aB$$
$$B \to abB|aA$$

lánctalanítva:

$$S \to abB|aA|bb|bA$$
$$A \to \varepsilon|aB$$
$$B \to abB|aA$$

2. Fiktív végződések bevezetése + 3. Hosszredukció:

$$S \to abB|aA|bbV|bA$$
$$A \to \varepsilon|aB$$
$$B \to abB|aA$$

Bevezetve: $S \to aX|aA|bY|bA$

$$A \to \varepsilon|aB$$
$$B \to aX|aA$$
$$X \to bB \qquad Y \to bV$$
$$V \to \varepsilon$$

Most, hogy 3-as normálformára hoztuk a grammatikánkat, írjuk meg az NDA –t egy táblázatban.

NDA felírása:

Készítsünk egy olyan táblázatot, amiben a bal szélső oszlopban felsoroljuk a 3-as normálformára hozott grammatikában található nem terminálisokat, továbbá a legfelső sorában felsoroljuk az ugyan ebben a grammatikában szereplő terminálisokat.
(A nem terminálisok az állapotok)

	a	**b**
S		
X		
Y		
A		
B		
V		

Ezek után meg kell határoznuk a bemenő állapotot és a végállapotot.
Bemenő állapot (→) mindíg a kezdő szimbólum, míg a kimenő állapot (←) az a nem terminális, amelyik $\varepsilon - ra\ vezet\ (Z \rightarrow \varepsilon\ típusú\ szabály)$

		a	**b**
→	**S**		
	X		
	Y		
←	**A**		
	B		
←	**V**		

Innentől kezdve egyszerű dolguk van a táblázat kitöltésében mivel meg nézzük az adott nem terminális jelet a táblázatunk bal oldalán:
1. **S** vissza nézünk a grammatikánkra: $S \rightarrow aX|aA|bY|bA$ és a táblázatunkat kitöltjük az alapján, hogy milyen nem terminális található a táblázatunk tetejére felírt terminálisaink mellett. $\boldsymbol{S} \rightarrow aX|aA|bY|bA$

A többi szabály:
$\boldsymbol{X} \rightarrow bB$
$\boldsymbol{Y} \rightarrow bV$
$\boldsymbol{A} \rightarrow \varepsilon|aB$
$\boldsymbol{B} \rightarrow aX|aA$
$\boldsymbol{V} \rightarrow \varepsilon$

Kitöltve a táblázatunkat felírtuk az NDA-t:

	a	b
→ **S**	X, A	Y, A
X		B
Y		V
← **A**	B	
B	X, A	
← **V**		

Determinisztikussá tétel (DA felírása)

- Van-e olyan, amikor S (kezdő szimbólum) –ról indulva végállapothoz érünk
- Állapot, amire elérhető halmazként tekintünk
- Véges halmazok közötti leképezések (Unio művelet kell!)
- Bemenő állapot (→) - Azok a halmazok amiben megtalálható a kezdő szimbólum / maga a kezdő szimbólum
- Kimenő állapot: (←) – Azok a halmazok, amelyekben meg találhatóak olyan nem terminális jelek, melyek közvetlen ε -ra képeznek

NDA-ból (V)DA felírása:

1. lépés:

	a	b
{S}	$\{X, A\}$	$\{Y, A\}$
		$\{B\}$
		$\{V\}$
	$\{B\}$	
	$\{X, A\}$	
∅		

Az NDA-ban felírt halmazok lesznek az új állapotok, továbbá amennyiben valahol üresen hagytuk a táblázatot felveszünk egy úgynevezet hiba állapotot (jele ∅). Csak egyszer írunk fel egy halmazt az állapotok közé!

Állapítsuk meg a bemeneti és kimeneti állapotokat a fentebb leírtak alapján:

	a	b
→ **{S}**		
← $\{X, A\}$		
← $\{Y, A\}$		
$\{B\}$		
← $\{V\}$		
∅	∅	∅

(A ∅ **hiba állapot** értékei default módon hibák)

Ezek után az a teendőnk például: $\{X, A\}$ állapotot vizsgálva, hogy megnézzük az NDA táblázatában az X és A állapotokat és külön az a oszlopbán található elemeket és külön a b oszlopában található elemeket össze uniózzuk egy-egy halmazba.

Ha megtettük áttérünk a (V)DA-nk következő állapotára és ugyan ezt megtesszük.

Végeredményként az alábbi táblázatot kapjuk:

	a	b
→ **{S}**	$\{X, A\}$	$\{Y, A\}$
← $\{X, A\}$	$\{B\}$	$\{B\}$
← $\{Y, A\}$	$\{B\}$	$\{V\}$
$\{B\}$	$\{X, A\}$	$\emptyset$
← $\{V\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Ezzel megoldottuk a feladatunkat.

3. feladat:

VDA-val ekvivalens minimális állapotszámú autómata

Miért nem minimális állapotszámú egy VDA?

- 1. nem összefüggő gráf
  (Vannak benne olyan állapothalmazok, melyeket a kezdő szimbólumból nem lehet elérni)
  Tenni való: kihúzni ezeket az állapotokat az autómatából
- 2. állapotok osztályozása
  (Ha egyikről elindítva adott szót elfogad a másik is elfogadja?)

2.:

ekvivalencia osztályok készítése:

- osztályok közötti leképezés
- hossz szerint haladunk
- Végállapotra (ε) elfogadó az autómata ellenkező esetben nem
- Ezek után betűnként külön bontva vizsgálódunk

Feladatunk:

δ	a	b
→ **1**	4	6
← **2**	3	5
← **3**	2	5
4	9	2
5	2	3
6	8	7
7	8	1
8	9	3
← **9**	9	9

autómata minimalizálása

1. lépés: Gráf összefüggőség vizsgálat:

A bemenő állapotból kiindulva feltérképezzük a, b-n keresztül, hogy minden állapot elérhető-e.

1 , 4, 6, 9, 2, 8, 7, 3, 5

(Sorrendbe téve: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)
Tehát ez az autómata felírható összefüggő gráffal, így nem tudunk kihúzni semmit.

2. lépés: Állapotok osztályozása

Először a 0 hosszú (ε szintű) ekvivalencia osztályt kell meghatároznunk. Ez két halmazból áll. Az első halmaz a nem végállapotú állapotok halmaza a másik halmaz pedig a végállapotú állapotoké. Az osztály jele: $\overset{0}{\sim}$

Tudjuk, hogy a végállapotú állapotok a kimenő állapotok, ezért itt egyszerű dolgunk van.
Ezért: $\overset{0}{\sim}: \{1,4,5,6,7,8\} \quad \{2,3,9\}$ ($\{2,3,9\}$ a végállapotú)

Most vizsgáljuk meg a halmazokat az autómatára a-ra és b-re.
Hagyjuk meg a végállapotú állapotok halmazát és kezdjük el finomítani a nem végállapotú állapotokat.
(Jelzés: A $\overset{0}{\sim}$ osztály szerint vizsgálódunk!)

Tehát vegyük az $\{1,4,5,6,7,8\}$ halmazt. Nézzük meg a-ra és b-re úgy, hogy melyek azok az állapotok, amik a csoportba képeznek és melyek azok, amelyek átképeznek másik csoportba.

- a-ra: Nem képez át a másik csoportba: $\{1,6,7\}$ Átképez: $\{4,5,8\}$
- b-re: Nem képez át a másik csoportba: $\{1,6,7\}$ Átképez: $\{4,5,8\}$

Végállapú állapotok halmazánál:

- a-ra nézve: nincs változás
- b-re nézve: Nem képez át: $\{2,3\}$ Átképez: $\{9\}$

Ezzel megalkottuk az $\overset{1}{\sim}$ osztályt.
$\overset{1}{\sim}: \{1,6,7\} \ \{4,5,8\} \ \{2,3\} \ \{9\}$

Most ismét finomítunk a halmazokon. Meg kell vizsgálnunk, hogy minden halmazon belüle elem ugyan olyan szisztémában/ ugyan azokra a halmazokra képez-e.

Ha észre vesszük a $\{4,5,8\}$ halmazban a $\{4,8\}$ a szempontjából mind a $\{9\}$ halmazra képez és b szempontjából mind a ketten a $\{2,3\}$ –halmazra, viszont az 5-ös, bár az a szempontjából teljesíti ezt, de b szempontjából nem a $\{9\}$ halmazra képez, hanem szintén a $\{2,3\}$-ra.

Ezért a $\{4,5,8\}$ halmaz felbomlik $\{4,8\}$ $\{5\}$ halmazokra.

Ezzel megalkottuk az $\overset{2}{\sim}$ osztályt.
$\overset{2}{\sim}: \{1,6,7\} \ \{4,8\} \ \{5\} \ \{2,3\} \ \{9\}$

Mivel ezt az osztályt már nem tudjuk tovább finomítani ($\overset{3}{\sim}$ ugyan az lenne, mint $\overset{2}{\sim}$), így vége az osztályozásnak. Az adott állapotokat, amik egy halmazon belül szerepelnek „összeolvasszuk”. Ezek lesznek a táblázatunkban az új állapotok.

	a	b
167		
23		
48		
5		
9		

Ezek után meghatározzuk a be és kimenő állapotokat.
Az az „összeolvaszott” állapot, melynek a halmazában szerepel az eredeti autómatában bemenő állapotként definiált állapot, az bemenő állapot lesz, amelyikben pedig kimenő állapot szerepelt, az kimenő lesz.

Így:

		a	b
→	**167**		
←	**23**		
	48		
	5		
←	**9**		

Ezek után annyi a dolgunk, hogy az eredeti állapotaink a-ra és b-re vonatkozó részeit is külön-külön „összeolvasszuk” a mostani állapotok szerint.
Például 167 – megnézzük az 1-es, 6-os és 7-es állapot **a** oszlopában található „számokat” az eredeti autómatánkban és „összeolvasszuk”, beírjuk a mostani **a** alá, majd a **b** oszlopában található „számokkal” is ugyan ezt tesszük és beírjuk a mostani **b** alá.

Így a minimális állapotszámú autómatánk:

		a	b
→	**167**	48	167
←	**23**	23	5
	48	9	23
	5	23	23
←	**9**	9	9

Ezzel megoldottuk a feladatunk.

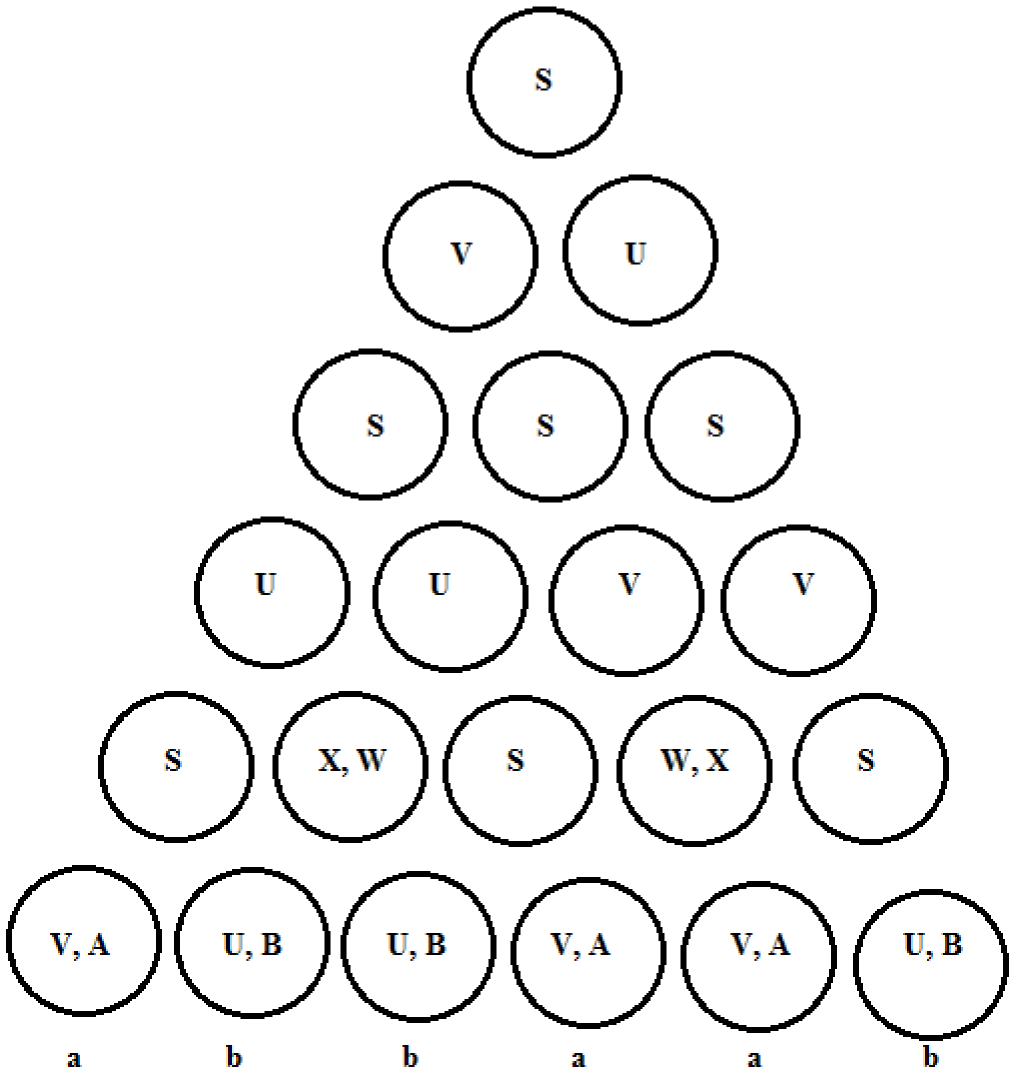
4. feladat:

CYK (Cocke–Younger–Kasami) algoritmusos feladat

- Chomsky- normálforma szükséges a használatához. (ZH-ban nagy valószínűséggel úgy van megadva)
- Alulról- felfele építkezünk

Amennyiben megjelenik a kezdőszimbólum a „piramis" tetején úgy az adott szó levezethető a grammatikával, tehát a szó eleme az adott nyelvnek. Ha nem jelenik meg, akkor nem eleme. Továbbá alulról épít szintaxisfát.

A feladat megoldása:



Mivel a piramis tetején megjelenik a kezdő szimbólum, így az abbaab szó eleme a nyelvnek.

CYK algoritmushoz segítség:

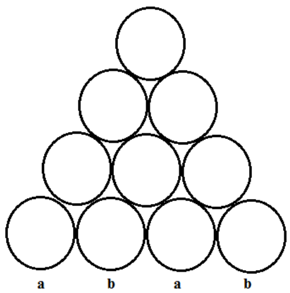
- http://people.inf.elte.hu/saci/formalis_nyelvek/
  cyk.ppt   fájl
- http://varaljai.hu/butterfly/
  Egy program, amiben találhat CYK algoritmus – lépésről lépésre meg tudod vele nézni az algoritmus működését

Saját kis segítség:

Feladat (CYK - algoritmussal): Az $abab$ szó eleme-e az alábbi grammatika által generált nyelvnek?

$S' \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b|\varepsilon$
$S \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b$
$X \to Q_aS$
$Y \to Q_bS$
$Q_a \to a$
$Q_b \to b$

0. Lépés:

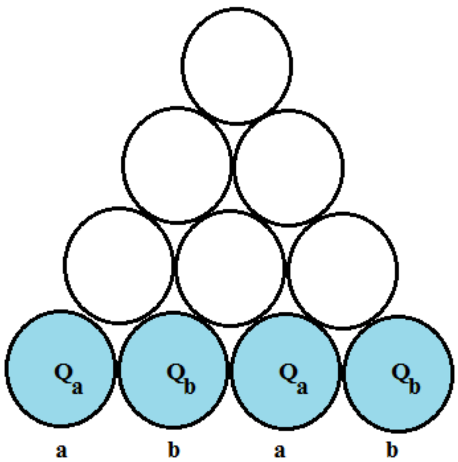


1. Lépés:

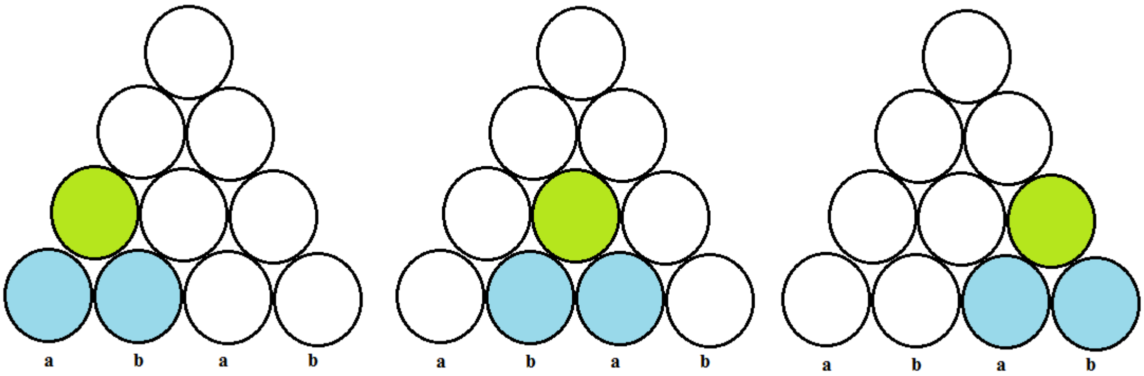
Megnézzük, hogy az adott terminális melyik halmazokban fordul közvetlen elő.

a: $Q_a \to a$

b: $Q_b \to b$



2. Lépés:



Ábra 1: $\{Q_a\}\{Q_b\} = \{Q_aQ_b\}$ Melyik szabályokban található ilyen?

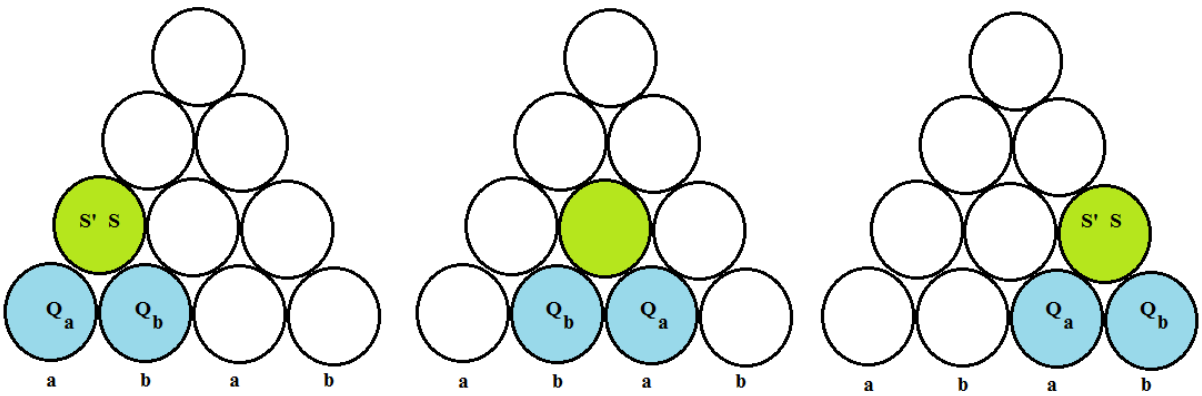
$S' \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b|\varepsilon$
$S \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b$
$X \to Q_aS$
$Y \to Q_bS$
$Q_a \to a$
$Q_b \to b$

Ábra 2: $\{Q_b\}\{Q_a\} = \{Q_bQ_a\}$ Mely szabályokban található ilyen?

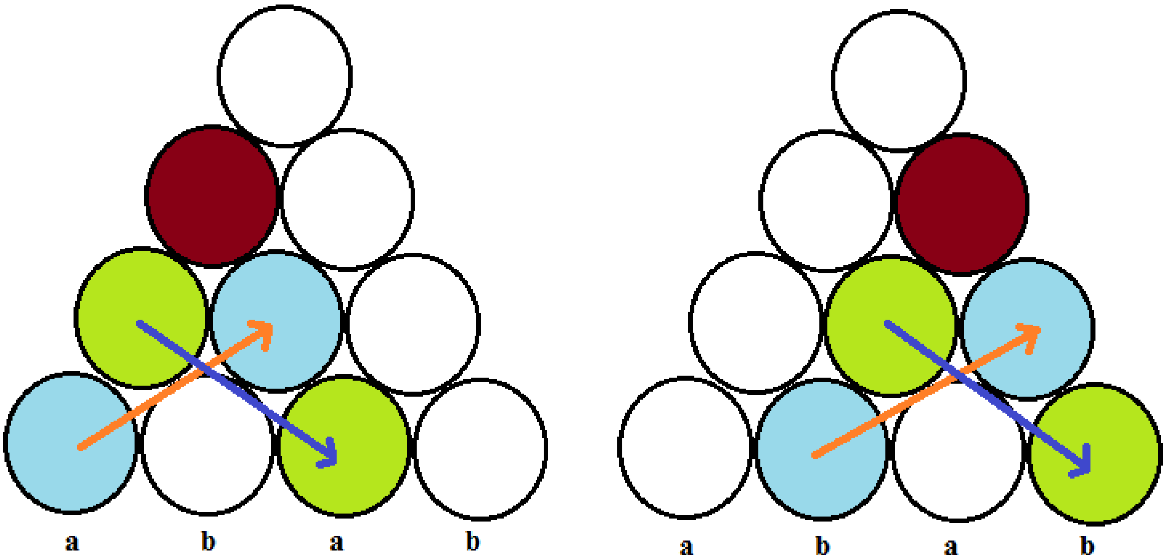
- Egyikben sem, így ez üres halmaz lesz

Ábra 3: $\{Q_a\}\{Q_b\} = \{Q_aQ_b\}$ Mely szabályokban található ilyen?

$S' \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b|\varepsilon$
$S \to XY|Q_aY|XQ_b|Q_aQ_b$
$X \to Q_aS$
$Y \to Q_bS$
$Q_a \to a$
$Q_b \to b$



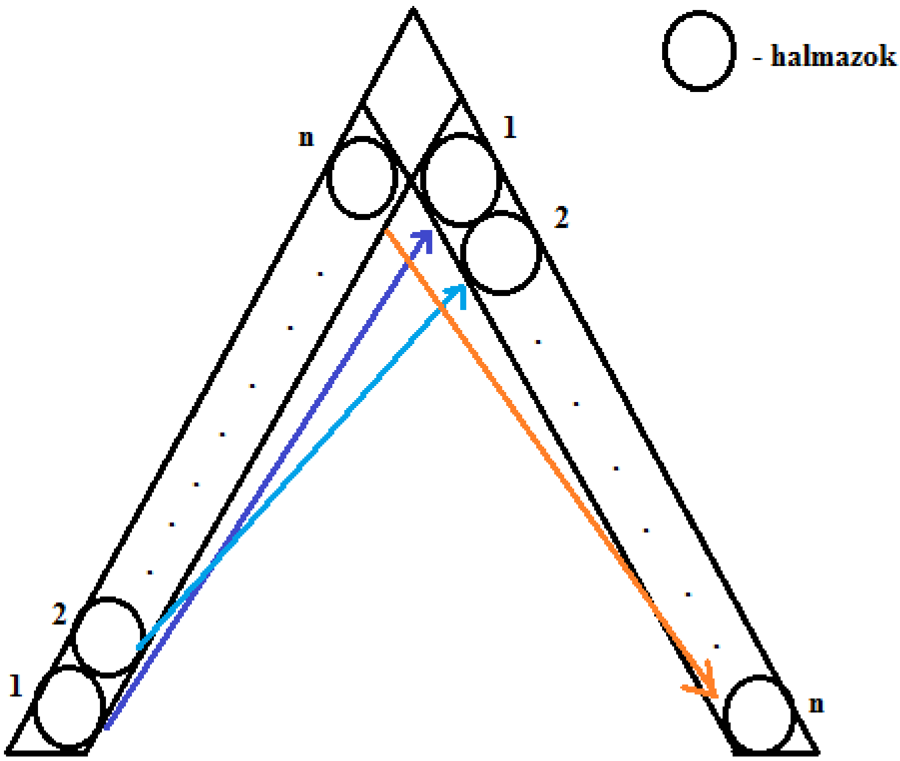
3. Lépés:



Ábra 1:Melyik szabályban található az alábbi szabályok egyike?

$\{Q_a\}\{\emptyset\} \cup \{\{S', S\}\{Q_a\}\} = \{Q_a Q_b\}$

…………………………………….. És így tovább a legvégső lépés:



A nyilak mutatják, hogy kell szorozni a halmazokat, hogy megkapjuk a felette levő halmazt.

5. feladat:

Bizonyítsuk be, hogy az alábbi nyelv nem tartozik a hármas típusú nyelvek közé és adjunk rá ellen példát.

1. Lépés: Bizonyítás:
- főleg a kis Bar-Hillel lemma segítségével kell bebizonyítani az ilyen feladatokat.

2. Lépés: Ellenpéldaként egy grammatikát vagy verem-autómatát kell adni.

kis Bar-Hillel lemma:

3.14. tétel. Kis Bar-Hillel lemma: *Minden $L \in \mathcal{L}_3$ nyelvhez van olyan $n = n(L) \in \mathcal{N}$ nyelvfüggő konstans, hogy minden $u \in L$ szó esetén ha tekintjünk egy tetszőleges $u = \alpha_1 u' \alpha_2$ felbontását, ahol $\left(l(u') \geq n\right)$, akkor van u'-nek olyan v részszava ($u' = \beta_1 v \beta_2$), hogy $0 < l(v) \leq n$, és minden $i \geq 0$ esetén $\alpha_1 \beta_1 v^i \beta_2 \alpha_2 \in L$.*

Kevésbé formálisan a lényeget a következőképpen fejezhetjük ki: L minden szavának elég hosszú részszavában létezik elég rövid, nemüres, beiterálható részszó.

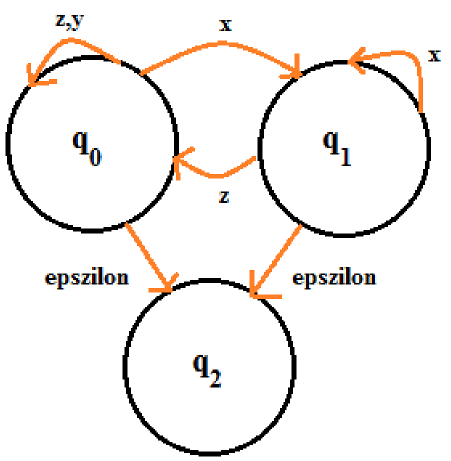
1. Lépés: Bizonyítás

Válasszuk az $y^i x^j$ keverést, ahol $i < j$. Vezessünk be egy küszöbszámot: $n < i < j$

Jelen esetünkben a beiterálható részszó (ismétlődő rész) az y^r
Erről elmondható, hogy $n \geq r \geq 1$

Kezdjük el iterálni ez az y^r részszót, ekkor $y^{i+k*r} x^j - re \; \exists k : i + k * r \geq j$
Ezzel pedig ellentmondáshoz jutunk. Tehát nem lehet hármas típusú a nyelvünk.

2. Lépés: Ellenpélda [Köszönet: Laczkó Dórá-nak]



$$\delta(q_0, x, \#) \rightarrow (q_1, \#^x)$$
$$\delta(q_0, y, \#) \rightarrow (q_0, \#^y)$$
$$\delta(q_0, z, \#) \rightarrow (q_0, \#)$$
$$\delta(q_0, x, x) \rightarrow (q_1, x^x)$$
$$\delta(q_0, y, y) \rightarrow (q_0, y^y)$$
$$\delta(q_0, x, y) \rightarrow (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_0, y, x) \rightarrow (q_0, \varepsilon)$$
$$\delta(q_0, z, x) \rightarrow (q_0, x)$$
$$\delta(q_0, z, y) \rightarrow (q_0, y)$$

.

.

.

$$\delta(q_1, \varepsilon, x) \rightarrow (q_2, \varepsilon)$$
$$\delta(q_2, \varepsilon, x) \rightarrow (q_2, \varepsilon)$$
$$\delta(q_2, \varepsilon, \#) \rightarrow (q_2, \varepsilon)$$